

絵画の中にある数学的な視点から見る教材の開発

齋 藤 大 輔

要 旨

絵画の中には、1点透視図法や黄金比・白銀比など、数学的な考え方や図形を使った技法で描かれたものがあり、美術的な美しさだけでなく、数学的な視点から絵画を見ることが出来る。そういった思いから、「数学と美術」とを関連付けた教材開発を行った。

キーワード：数学的活動，美術，黄金比，白銀比，レオナルド・ダ・ヴィンチ，ラファエッロ

I はじめに

中学校学習指導要領解説には、「数学的活動には、数学の世界において既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動、日常生活や社会における具体的な事象など数学外の世界と数学を結び付け、数学を生かして考察したり処理したりする活動がある。また、これらの活動がより洗練されたものに高められたり、そこで見いだされた問題意識や検討の成果を共有したりするためには、数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動が必要不可欠である。」とある。各学校では、数学的活動を充実させるため、様々な学習方法の工夫や数学を実感させる体験を生徒にさせることが可能となり、教材研究がなされてきた。他の教科等においては、学校を離れ、裁判所や遺跡、地層の現場などで、様々な場所での学習体験を行い、その場所でなくては、得られない体験・観察を生徒たちは実感している。

そこで、「数学においても、学校を離れ、数学の良さ、必要性を実感できる場所、教材はないだろうか。」と自分なりに検討していた。そんな折、教科書の中にも紹介されている、絵画の中にある黄金比や数々の数学的な技法を実際に見て、体感させる場所として、美術館を思い立ち、教材研究を行い、実践をしてみようと考えた。その場所として選んだのは、西洋の絵画を陶板に再現した作品を展示している、「大塚国際美術館」である。教科書や本の中の絵画でなく、世界の名画を実物の大きさと見ることができる施設であることが重要であった。「遠足や校外学習の場として、訪問する小・中学校は数多くあるが、数学という視点で美術館を訪問することは、今までにはなかった。」と、学芸員の方から聞き、絵画の分析を行い、教材化する作業が始まった。授業に至るまでの間、レオナルド・ダ・ヴィンチ、ミケランジェロに関する書物を読み、何度となく大塚国際美術館に通いながら、いくつもの絵画を分析し、ワークシート集にまとめ、教材が完成した。

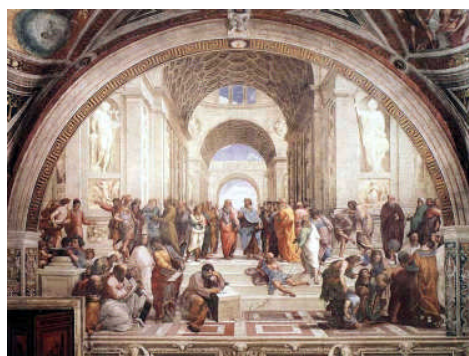
そして、平成21年度から3年間、勤務していた徳島県立城ノ内中学校の夏期講座として「大塚国際美術館で数学の授業をしよう！」と題して、絵画の前で生徒たちと共に授業を行った。平成21年度は、定員を25名として3年生の中から参加者を募った。授業を受けている生徒の反応は、考えていた以上に素晴らしく、数学が苦手な生徒も、他の受講者と共に考え、生き生きと活動をしていた。そこで次年度からは、中学3年生だけでなく、1年生から数学の必要性や楽しさを実感してもらいたいと考え、中学生全員に希望を取り授業をする計画を立てた。1年生であっても難しくなく、3年生にとっても考える力を培うことができる問題へと修正を加えていった。今回の紀要では、その中からいくつかの教材を提示し、そのときの授業の流れや生徒の感想も紹介しながら、教材研究の重要性を説明していきたい。

Ⅱ 絵画の中の数学教材

1 「アテネの学堂」から

ラファエッロ（1483年～1520年）が描いた「アテネの学堂」は、プラトン、アリストテレス、ソクラテスなど古代ギリシャの偉人・哲学者が一面に集約し、人類の英知を壮大に表現している。ミケランジェロのシスティーナ礼拝堂天井画と共に盛期ルネサンス古典様式の最高傑作の一つとして知られている。

この作品には「三平方の定理」で知られている数学者のピタゴラスが絵画の左側に描かれている。大きな書物を持ち、足下には記号や図、数字らしきものが描かれている黒板が置かれ、何か問題を解いているようである。また、右側には、手にコンパスを持ち、床に置かれた黒板に今にも何か図を描こうとしている人物がいる。「幾何学の父」と称され、「ユークリッド幾何学」で知られているユークリッドである。このユークリッドが描かれている部分は、イタリアの国立大学ミラノ工科大学の校章にもなっていることでも知られている。まずはじめに、ピタゴラスの足下にある黒板の中に描かれている図から数学教材を開発したものを紹介していく。



「アテネの学堂」



＜ピタゴラス＞部分



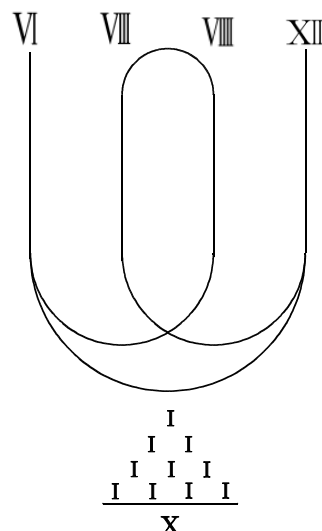
＜ユークリッド＞部分

（1）ピタゴラスの黒板の謎（その1）…「三角数」と「四角数」

黒板には、右の＜図1＞のような絵が描かれている。その絵の下の部分にある＜図2＞は、ボウリングのピンが並んでいるように見える「I」を数えると、ちょうど10個ある。「I」は、ローマ数字で「1」を表し、「X」は「10」を表している。つまり＜図2＞の一番上の段から見ていくと、「I」の個数が上の段から1つつ増えながら並べられ、上から順にたしていくと「 $1 + 2 + 3 + 4 = 10 = X$ 」となることがわかる。ピタゴラスは、このようないろいろな数学の規則性を研究していたが、その中の1つがこの「三角数」である。「三角数」の中でもその絵の中にある「 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 」は、ピタゴラスにとって「完全なる数」として特に大事な数としていたものである。

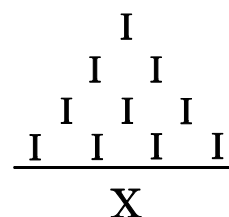
そこで「三角数」の問題として、よく知られているのが「1

＜図1＞



から100までの自然数をたしていくといくつになるのでしょうか。」
 という、高校数学では、 Σ で表す等差数列の和の問題である。
 中学校では、課題学習や発展的問題として取り上げている学校
 もあり、「1から100までの和」や「1からnまでの和」を求め
 る問題も行われている。今回の教材研究では、この問題を少し
 アレンジし、より発展的であり、かつ数学的な考え方を利用す
 る課題として、まとめた。

<図2>



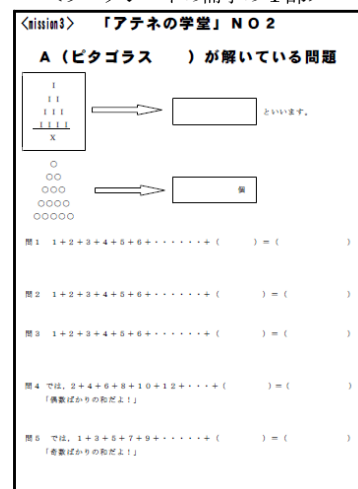
では、今回美術館で行った「三角数」、そして、後半で
 は「四角数」に関する問題を紹介しながら、その指導に関
 する内容も同時に説明していく。問題は、次の8問であり、
 生徒は配布している右のワークシートの冊子で、この問題
 を解いていく。参加者が1年生から3年生までの生徒であ
 るために、同じペースで問題を解き、解説を聞くため、ワ
 ークシートの問題の1部を（ ）にしている。そして、教
 師は、黒板の代わりにスケッチブックに書いている問題の
 （ ）の中に数を提示し、生徒はその数を記入してから全
 員が同時に問題を解いていくようにした。



<スケッチブックでの説明>

- 問1 $1 + 2 + 3 + \dots + (10)$ を求めなさい。
 問2 $1 + 2 + 3 + \dots + (100)$ を求めなさい。
 問3 $1 + 2 + 3 + \dots + (200)$ を求めなさい。
 問4 $1 + 2 + 3 + \dots + (n)$ を求めなさい。
 問5 $2 + 4 + 6 + \dots + (200)$ を求めなさい。
 ※「2から200までの偶数の和」
 問6 $2 + 4 + 6 + \dots + (2n)$ を求めなさい。
 ※「2から2nまでの偶数の和」
 問7 $1 + 3 + 5 + \dots + (199)$ を求めなさい。
 ※「1から199までの奇数の和」
 問8 $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)$ を求めなさい。
 ※「1から2n-1までの奇数の和」

<ワークシートの冊子の1部>



※ワークシート冊子は、
 全部で20ページ

【問1の解説】 「問1 $1 + 2 + 3 + \dots + (10)$ を求めなさい。」 「答え 55」

1から10までの和が「55」であることは、知っている生徒も多く、1年生でも即座に答えられる問題である。しかし、答えだけでなく、その求め方、考え方について、他の生徒に説明させることをこの問題では最も重要視している。また、1から10までの和が、いろいろな方法で求められることに気付くことも大切である。生徒の自由な発想を引き出しながら、生徒同士が意見を言える雰囲気をつくり、そして、次の課題のヒントとなる考え方を多く、生徒に知らせておきたい。

【問2の解説】 「問2 $1 + 2 + 3 + \dots + (100)$ を求めなさい。」 「答え 5050」

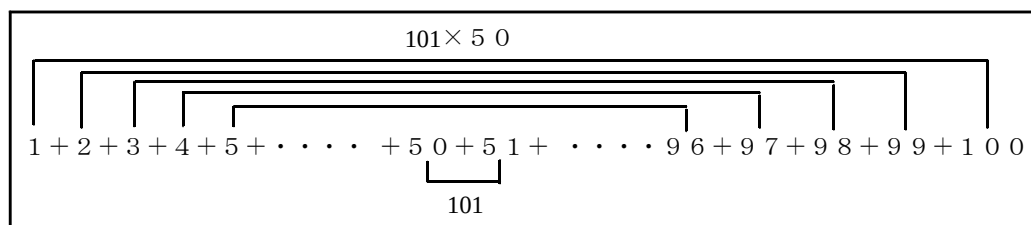
問2の問題には、よく知られているこんな逸話が残っている。ドイツの数学者であるヨハン・カール・フリードリヒ・ガウス（1777年～1855年）が小学校のとき、「1から100までの自然数を全てたすと、いくつか」という問題に対して、彼は瞬時に答え、先生を驚かせたという話である。

〔解法1〕 ガウスの計算方法は、次のようなものであった。

両端の1と100をたして、 $1 + 100 = 101$ とすると、その内側の $2 + 99 = 101$ 、次も $3 + 98 = 101$ というように、101になるものが50個できることになる。

よって、 101×50 と考え、5050になるというものである。生徒によっては、小学校の時に、この方法を知っているものもいるが、他の生徒への説明をすることでより理解を深めさせていきたい。そして、計算だけでなく、下の〈図3〉のような図を掲示しながら、説明することを始めは、教師が見本を示すことも重要である。

〈図3〉



ガウスの考え方以外にも解き方があり、次の解き方で授業をしている先生も多いと思われる。

〔解法2〕

$S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100 \dots \textcircled{1}$ とする。

1から100までの数字の順番を入れ替えても（加法の交換法則を利用します）計算結果は同じなので

$S = 100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1 \dots \textcircled{2}$ となる。

①と②をたした計算をしてみると

①+②は $S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100$

+) $S = 100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1$

$2S = 101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 + 101$

となります。101が100個できることから

$2S = 101 \times 100 = 10100$

よって求めたいSは、両辺を2で割って、 $10100 \div 2 = 5050$ となる。

この他にも、いろいろな考え方があり、生徒から出てくる意見を大切にしながら、授業に生かしていくことが重要である。

【問3の解説】 「問3 $1 + 2 + 3 + \dots + (200)$ を求めなさい。」 「答え 20100」

問3に関しても、問2で学習した内容を使い、〔解法1〕・〔解法2〕等の解き方で自力解決をさせ、問2の課題を定着させるための問題でもある。

よって、〔解法1〕の式では、 $(1 + 200) \times 100 = 20100$

〔解法2〕の式では、 $(1 + 200) \times 200 \div 2 = 20100$ となる。

【問4の解説】 「問4 $1 + 2 + 3 + \dots + (n)$ を求めなさい。」

$$\text{「答え } \frac{n(n+1)}{2} \text{」}$$

問1から問3までは、数字を使った自然数の和の問題であったが、1からnまでといった文字が出てくると苦手な生徒が多くなる。そこで、問3までの間に数字で学習してきた部分に、文字をあてはめて考えるさせることが重要であると考え。「文字も数字である。」と考えることを繰り返し学習していくことで、文字への抵抗を少しでもなくすることができる。

よって、問3の〔解法2〕にあてはめて考えると次のようになる。

〔解法〕

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 + \dots + (n-2) + (n-1) + n \cdots \text{①とする。}$$

1からnまでの数字の順番を入れ替えても（加法の交換法則を利用します）計算結果は同じなので

$$S = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 100 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1 \cdots \text{②となる。}$$

①と②を足した計算をしてみると

$$\begin{aligned} \text{①} + \text{②} \text{ は } S &= 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 + \dots + (n-2) + (n-1) + n \\ &+ S = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 100 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1 \\ \hline 2S &= (n+1) + (n+1) + (n+1) + (n+1) + (n+1) \end{aligned}$$

となる。

$$2S = n \times (n+1)$$

よって求めたいSは、両辺を2で割って、 $\frac{n(n+1)}{2}$ となる。

このように、数字の部分に文字を置き換えて解いていく、小学校算数科でも学習する「なぞり」の手法を繰り返し練習することで、文字も数字と同様に考えることができ、文字への苦手意識をなくす取組となるのではないかな。

【問5の解説】 「問5 $2 + 4 + 6 + \dots + (200)$ を求めなさい。2から200までの偶数の和」 「答え 10100」

問4の結果から、このような場合、『はじめの数』と『最後の数』をたして、その個数をかけて、2で割る。」という方法によって求められることを、文字式から読み取ることができる。

このことが文字式を一般化することの1番のメリットである。例えば、その方法を使い、よりわかりやすいように言葉の式にしてから数を代入するだけで

$$(\text{『はじめの数』} + \text{『最後の数』}) \times (\text{個数}) \div 2$$

$$(2 + 200) \times 100 \div 2 = 10100$$

と求めることができる。

このように、公式と考えて、答えを導くことは、図形の表面積や体積と関連付けながら指導していくことにも繋がっていく。

しかし、この問題の考え方として、公式を考えることももちろん重要であるが、問2で求めた「1から100までの和が5050」であることを利用することもできる。

$$\begin{aligned}
 \text{〔別解〕} \quad 2 + 4 + 6 + \cdots + 200 &= 2 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + 100) \\
 &= 2 \times 5050 \\
 &= 10100
 \end{aligned}$$

と求めることができる。

このように、新しい問題であったとしても、今までに学習した結果を用いることができる。文字式に数字をあてはめることと同様、既習内容を利用して解いていく方法は、数学の問題を解くうえで、重要な考え方であることを生徒に指導することができる問題である。

【問6の解説】 「問6 $2 + 4 + 6 + \cdots + (2n)$ を求めなさい。」

「答え $n(n+1)$ 」

生徒は問6を、問4の公式や問5の2つの方法のうち、自分にあった解き方によって求めていこうとする。このように既習した学習問題を繰り返し利用して解くことにより、今までに解いた問題にも目を向けるようになり、次の問題との関連を見つけるようになる。また、単元や学年を越えた既習内容との関連についても、このような取組により、確実に力を身に付けることができると思われる。

〔解法例〕問4で求めた「1から n までの和が $\frac{n(n+1)}{2}$ 」であることからを利用して、

$$\begin{aligned}
 2 + 4 + 6 + \cdots + 2n &= 2 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + n) \\
 &= 2 \times \frac{n(n+1)}{2} \\
 &= n(n+1)
 \end{aligned}$$

と求めることができる。

【問7の解説】 「問7 $1 + 3 + 5 + \cdots + (199)$ を求めなさい。1から199までの奇数の和」 「答え 10000」

では、この問題を生徒はどのような考え方で解くだろうか。その考え方を4つあげてみる。

- ①問2の〔解法1〕の方法
- ②問2の〔解法2〕の方法
- ③問4の公式を使う方法
- ④「問3の解答」－「問5の解答」＝「問7の解答」の方法

①・②・③に関しては、今までに紹介してきた方法で求められるために解法は省略するが、④の方法について説明する。問3では「1から200までの和」であり、問5では「2から200までの偶数の和」であるから、「問3の和」から「問5の和すなわち偶数の和」をひくと、「1から199までの奇数の和、すなわち問7の問題」になるわけである。

そのことを式で表すと次のようになる。

$$\begin{aligned}
 (1 + 2 + 3 + \cdots + 200) - (2 + 4 + 6 + \cdots + 200) \\
 = (1 + 3 + 5 + \cdots + 199)
 \end{aligned}$$

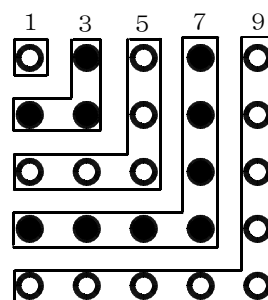
よって、問3と問5の解答より、

$$20100 - 10100$$

$$= 10000$$

と求めることができる。この方法も、今までに求めた答えを利用して解くことができる問題として、生徒に紹介したい問題の1つである。また、このように「 $1 + 3 + 5 + \dots$ 」である連続する奇数の和のことを「四角数」という。この式を図に表してみると、右の<図4>のような正方形に基石を並べたような図となり、「四角数」と呼ばれている理由がよくわかる。この「四角数」にはおもしろい特徴があり、奇数の数を順番に増やしながらたしていくと次のような数になる。

<図4>

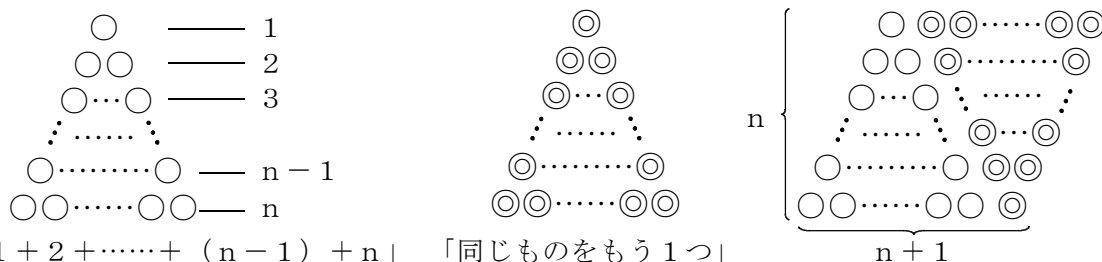


$$\begin{aligned} 1 & \dots\dots\dots 1^2 && (1 \text{ 番目}) \\ 1 + 3 = 4 & \dots\dots\dots 2^2 && (2 \text{ 番目}) \\ 1 + 3 + 5 = 9 & \dots\dots\dots 3^2 && (3 \text{ 番目}) \\ 1 + 3 + 5 + 7 = 16 & \dots\dots\dots 4^2 && (4 \text{ 番目}) \\ 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 & \dots\dots\dots 5^2 && (5 \text{ 番目}) \\ 1 + 3 + \dots\dots + 199 = (\quad) \dots\dots (?)^2 && (? \text{ 番目}) \end{aligned}$$

このように、計算した結果がすべてある数の2乗になっている。これも<図4>に並べられている基石のように、正方形になっていることから予想ができる。このように、2乗となる答えになることから「四角数」は「平方数」とも言われている。

「三角数」も「四角数」の<図4>と同様に、下のように、式を図として表し、視覚化することから答えを求めるができる。式を図やモデル化して表していくことが、より問題の理解を深めていく手段として役立つことを、生徒に気付かせ、理解させる指導が必要である。

問4 $1 + 2 + 3 + \dots + (n)$ を求めなさい。



「 $1 + 2 + \dots + (n-1) + n$ 」 「同じものをもう1つ」

上の2つの三角形を右のように重ねることにより、平行四辺形ができる。

この平行四辺形は、底辺が $(n+1)$ 個、高さ n の基石が並んでいると考ええると、全部の個数は、 $(n+1) \times n$ で求められる。

そして、求めたい三角形の個数は、その半分であるから、

$$(n+1) \times n \div 2 = \frac{n(n+1)}{2} \text{ と求めることができる。}$$

【問 8 の解説】 「問 8 $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1)$ を求めなさい。」 「答え n^2 」

問 7 の解説から、この式が「四角数」を表していることや、答えがある数の 2 乗になるという見通しを生徒にもたせることが指導では重要である。そして、何の 2 乗かと考えたときに、＜図 4＞のような図をかきながら、まず個人で考えさせ、その後、グループ活動やペア学習などにより、予想を確認し、正しいかを判断させ、説明させる学習へと進めていきたい。

また、文字式で奇数を表す一般式は、自然数 n を用いて、 $(2n - 1)$ で表されることも確認しておきたい。そして、この問 8 では $(2n - 1)$ が n 番目の奇数であることも理解させておきたい。

よって、「 $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1)$ 」の結果は、 n 番目の 2 乗として、考えればよいことから、答えは n^2 となる。問 7 の答えも 10000 であり、奇数の 199 は、奇数の 100 番目の数にあたり、 $100^2 = 10000$ になっていることも、あわせて確認させておきたい。

(2) ピタゴラスの黒板の謎 (その 2) … 「ピタゴラス音階」

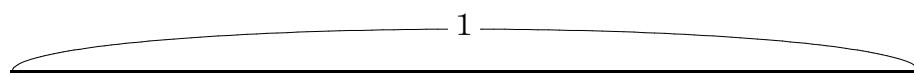
(1) ピタゴラスの黒板の謎 (その 1) の「三角数」と「四角数」の中で紹介した右の＜図 5＞において、下の部分が「三角数」であることは、今までに説明をしたが、上部の絵の部分について、これから、解説をし、教材へと話を進めていく。

一番上にある数字は、「6, 8, 9, 12」と、ローマ数字で描かれている。当初この数字が何を意味しているか、1 つの予想はしていたが、それを確信できるものはなかった。そこで、学芸員の方に、この図の曲線部分の中に描かれている文字の翻訳をお願いした。後日その調査結果の資料が送られて見た瞬間、感動したことを今でも覚えている。予想していた内容と見事に一致したからである。その内容とは、「ピタゴラス音階」である。黒板には、「オクターブ」「完全 4 度」「完全 5 度」と描かれていた。この「ピタゴラス音階」は、ピタゴラスが研究していた数学と音楽との関係を表したものであり、私自身も教材研究をして、課題学習や選択教科の授業で何度となく、生徒たちと学習してきたものであった。「ここに隠されていたか！」という発見と謎が紐解けたことの喜び、またルネサンス時代と私が繋がったような感動を、今でも忘れることはない。

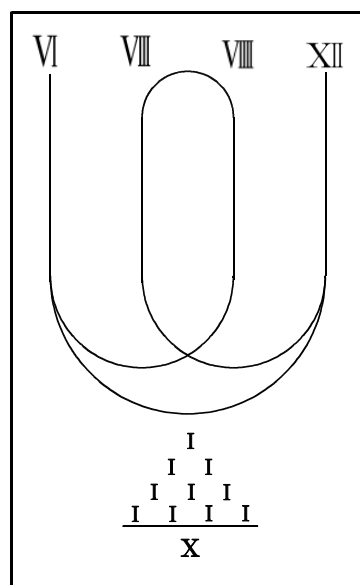
では、「ピタゴラス音階」の教材について説明しよう。「ピタゴラス音階」の考え方は、ピンと張られた 1 本の弦をはじくと音が出る。押さえる場所によって音の高さが変わっていくことを利用した楽器の一つがギターである。＜図 6＞のように、1 本の弦があり、この弦を弾くと「ド」の音が出るように調整し、その長さを「1」とする。そうすると、次の①～③のように弦の長さと音階には関係が表れてくる。

＜図 6＞

「ド」



＜図 5＞



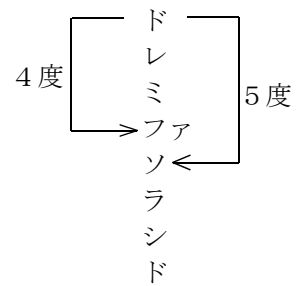
①弦の長さを $\frac{1}{2}$ にすると、1オクターブ高い「ド」になります。



②弦の長さを $\frac{2}{3}$ にすると、音は5度上がり「ソ」になります。



③弦の長さを $\frac{3}{4}$ にすると、音は4度上がり「ファ」になります。

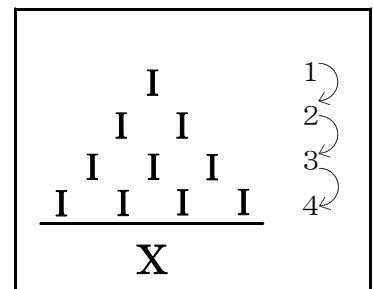


そこで、＜図6＞と①から③の4つの数字の連比を考えると「 $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4} : 1$ 」となる。この連比を整数比に直してみると、「6 : 8 : 9 : 12」となりピタゴラスの足下にあった黒板にかかれた数字が表れる。また、①、②、③の長さを「1」との比の形で表してみると、

①「 $\frac{1}{2}$ 」:「1」=1:2 ②「 $\frac{2}{3}$ 」:「1」=2:3 ③「 $\frac{3}{4}$ 」:「1」=3:4

となり、「1:2」「2:3」「3:4」は、「三角数」で出ていた数字の並びとも一致している。この＜図7＞の数の並びは、ラファエッロが意図に描いたものなのか、たまたまこのような並びになったかは、本人に聞かなければ分からないが、いずれにしろ、数学と音楽の中にも、このような関係があることに、不思議さと美しさを感じる。古代ギリシャでは、この三角数のことを「テトラクティス」と呼び、重要視していたことにも納得がいく。

＜図7＞



(3) レオナルド・ダ・ヴィンチからのメッセージ

次に「最後の晩餐」「モナ・リザ」「受胎告知」などを描いたレオナルド・ダ・ヴィンチ（1452年～1519年）と数学との関係をまず調べていくことにする。レオナルドは絵画だけでなく、科学、建築、医学などいろいろな分野で活躍したルネサンス時代の天才と言われている人物である。右の絵は、近代会計学の父とも呼ばれているルカ・パチョーリの書いた「神聖比例論」という黄金比に関する著書の挿絵をレオナルドが描いたものである。レオナルド本人も数学において、素晴らしい研究をしている。そして、その数学的な内容・技法を多く使い、絵画の中にも取り入れて描いていることでも有



『神聖比例論』の挿絵

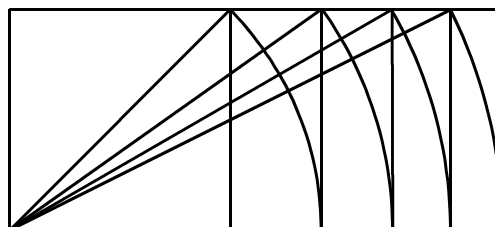
名である。教材開発をし、その技法を生徒と見つけていく。

では、始めに「最後の晩餐」に目を向け、絵画の中にある数学的な技法を探していく。「最後の晩餐」は、国語の教科書にも紹介されている。もちろん美術の学習においては、一点透視画法と言われる技法で描かれたことが紹介されている。この一点透視画法とは、消失点という場所から放射線状に線をかき、絵を描いていく方法である。奥行きがあり、立体的に見える工夫をしていることで知られている。「最後の晩餐」の消失点は、中央に座っているキリストのこめかみにある。よく見るとそこには、釘で打ち付けた跡も残っている。そこを消失点としてどのように線を引きいていったのかは、本人に聞いてみないとわからないが、ある図形を絵画に当ててみると、絵画に描かれている天井の線や、壁にある縦の線と重なる部分がある。その図形が、右の<図8>である。

この<図8>は、平方根の学習において、導入として使われている教科書もあり、中学3年生であれば、見たことがある生徒も多い。もしかするとこの図形が、「最後の晩餐」の制作に使われたかも知れないと思うと、今までとは何か違った視点でこの図形や絵画を見るようになるだろう。そのような視点を忘れず、いろいろな課題に取り組もうとする意欲や態度の育成というねらいもあった。

では、この図形は、先に述べたように教科書にもあるが、平方根の導入だけで終わらせるには、非常においしい教材である。そこで三平方の定理の学習での教材として、次のような課題を考えてみた。

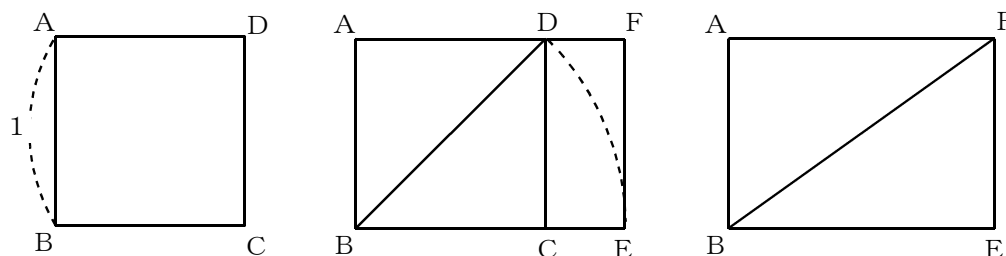
<図8>



(4) 正方形の対角線の長さから…「白銀比の問題」

問題1 下の図のような1辺が1の正方形ABCDの対角線BDの長さをBCの延長線にとり、線分BEをかく。そして、線分AB, BEを2辺とする長方形ABEFを作図し、次の問いに答えなさい。

- ①長方形ABEFの線分BEの長さを求めなさい。
- ②長方形ABEFの対角線BFの長さを求めなさい。



【①の解説】

三平方の定理を利用する基本的な問題であり、直角二等辺三角形の3つの辺の比を利用すれば、簡単に求められる問題である。しかし、今回の美術館での授業では、1・2年生の生徒もいるため、この問題は、中学3年生のための教材として、紹介する。

$\triangle DBC$ は、 $BC=CD$ の直角二等辺三角形なので、その3つの辺の比は、三平方の定理より

$$BC : CD : BD = 1 : 1 : \sqrt{2} \quad \text{になる。}$$

$$BD = \sqrt{2}$$

$$\text{よって、} BE = \sqrt{2}$$

この長方形 $ABEF$ の縦と横の長さの比は $1 : \sqrt{2}$ であり、普段私たちが使っているA4、B5といった用紙の縦と横の長さの辺の比である「白銀比」になっていることを助言する。

【②の解説】

$\triangle FBE$ において三平方の定理を利用すれば、

$$BF^2 = BE^2 + FE^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 = 3$$

$$BF > 0 \text{ より } BF = \sqrt{3}$$

よって、 $BF = \sqrt{3}$ と求めることができる。

このような図形の問題は、生徒に実際にコンパス・定規を使って、作図させることが重要である。「白銀比」の作図方法を活動の中に入れていくことで、生徒の体験として身に付いていく。そして、自分たちがいつも使っているノートやプリント、また、建築の中にも多く使われていることなどを知ることで、身の回りにある図形に対しても興味や関心を持つだろう。

次に、この問題の発展として、生徒に「この作図の方法を何回か繰り返したときにできていく長方形の対角線の長さはどのように変わっていくだろう。」と発問し、次の問題2を配布する。長さをそれぞれ求め、その規則性を発見し、平方根で学習したときの値を自分で確認する活動である。

問題2 問題1の作図の方法を図1、図2、図3と繰り返し行ったときにできる長方形の対角線 BH 、 BJ 、 BL の長さを作図し、それぞれの長さを求めなさい。また、その結果からどのようなことが考えられるか答えなさい。

図1

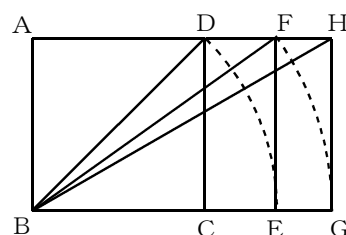


図2

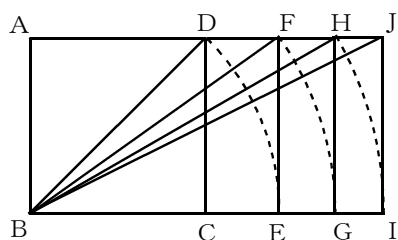
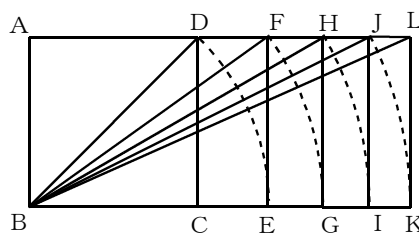


図3



【問題 2 の解説】

どの長方形の対角線の長さも「問題 1」同様、基本的な三平方の定理から次のようにそれぞれ求めることができる。

$$BH = \sqrt{4} = 2, \quad BJ = \sqrt{5}, \quad BL = \sqrt{6}$$

$$\text{よって, } BE = \sqrt{2}, \quad BF = \sqrt{3}, \quad BH = \sqrt{4} = 2, \quad BJ = \sqrt{5}, \quad BL = \sqrt{6}$$

この結果から、まず、「根号の中の数が 1 ずつ増えていっている。」ということに気付かせたい。各対角線の長さを底辺にした直角三角形で、底辺を 2 乗したものに、直角三角形の高さである 1 の 2 乗を足していくのだから、根号の中の数は 1 ずつ規則的に大きくなっていくわけである。

また、次のようなことにも気が付く生徒もいるだろう。

直角三角形 HBG において、 $BH = 2$ になるところから、次の比となる。

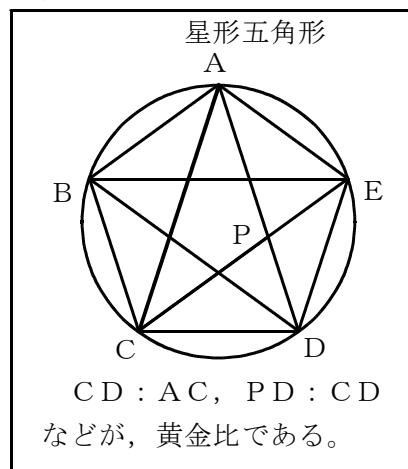
$$HG : BH : BG = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

よって、 $\angle HBG = 30^\circ$ 、 $\angle BHG = 60^\circ$ である直角三角形が作図できることである。自分で作図したものの中から、いろいろなことが分かり、分度器を使わずに角度を作図することができることの驚きを味わわせていきたい。

< 図 9 >

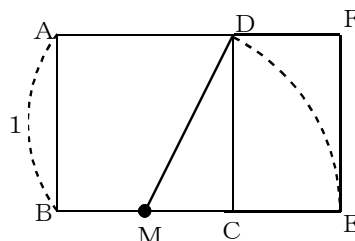
(5) 黄金比の問題

「黄金比」の問題は、教科書の巻末等で活用問題として紹介されていることが多い。例えば、右の<図 9>のような、正五角形の中にできる、二等辺三角形の辺から「黄金比」を求める問題である。しかし、正五角形をコンパス・定規を使って作図することは、中学生にとっては非常に難しいので、なかなか授業では扱えない。そこで、簡単に黄金比の図形をかくことができる長方形を使った問題を作成し、生徒に「黄金比」をより身近に感じて欲しいと考え、次の問題を作成した。



問題 3 右の図のような、1 辺が 1 の正方形 ABCD の辺 BC の中点を M とする。MD を半径とする円の一部分と辺 BC の延長との交点を E とし、長方形 ABEF を作図し、次の問いに答えなさい。

- ① MD の長さを求めなさい。
- ② BE の長さを求めなさい。
- ③ AB : BE を求めなさい。



指導に当たって、生徒には、「問題 1・2 では、点 B を基準とした対角線の長さを考えてい

たが、点Bを移動し、辺BCの中点Mから点Dまでの長さを利用して長方形ABEFを作図するとどのような長方形になるだろう。」というように、問題1・2との関連を図りながら発問することで、図形に対する興味や関心が深まっていくと同時に、三平方の定理を使用するという見通しをもちながら作図をすることもできる問題である。では、実際に長さを求めてみる。

【①の解説】 $\triangle DMC$ は直角三角形より、
 $MD^2 = MC^2 + DC^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2 = \frac{5}{4}$,
 よって、 $MD > 0$ より $MD = \frac{\sqrt{5}}{2}$

【②の解説】 $MD = ME = \frac{\sqrt{5}}{2}$
 よって、 $BE = BM + ME = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

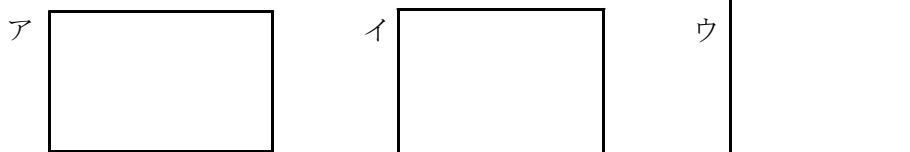
【③の解説】 ①②より $AB : BE = 1 : \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

③の比が「黄金比」である。このことから「黄金比」をもつ長方形を作図することを理解させたい。このように、比の数である $1 : \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ を見ると、難しく思われるが、問題3のように実際に作図してみると、比較的簡単に作図ができ、生徒も黄金比を図形として捉えやすく、理解しやすいと思われる。

(6) この長方形は、白銀比？、それとも黄金比？

次の問題は、実際にある紙の形が「白銀比」や「黄金比」になっているかどうか、活動を通して判断することを課題と考えた教材である。問題1か問題3までの学習内容が、実際に役立つことができるかを実感させる内容である。

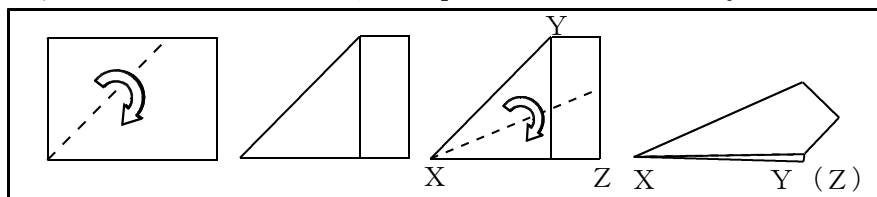
問題4 配付した3枚の用紙の中から縦と横の比が「白銀比」「黄金比」になっている長方形を、長さを測ったりしないで探してみましょう。ただし、折るのはかまいません。



生徒には、ア・イ・ウの3種類の形に切った用紙を配布して、課題を解決していきながら、白銀比等のまとめにもなっていく。では、判断の仕方を少し紹介する。

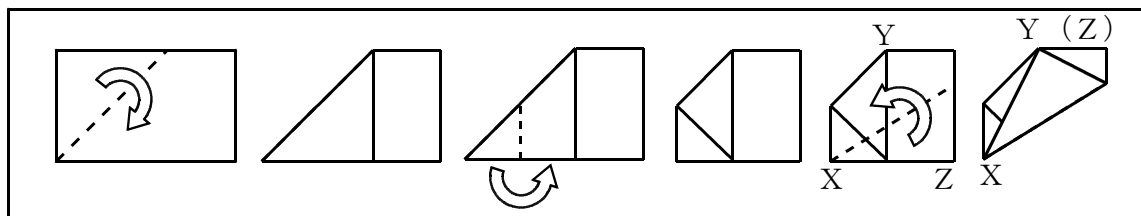
例えば、＜図10＞のように、折っていくと辺XYとXZが同じ長さで重なり、正方形の対角線を1辺とする長方形であることから「白銀比」であることがわかる。

＜図10＞



同様に、＜図11＞で「黄金比」である長方形のを見つけ方も考えることができる。この課題では、個人で考える時間を取り、その後、グループで活動する時間を必要に応じて設けることで、数学的な活動を十分に生かせる課題となる。また、数学に対して苦手意識を持っている生徒も、自分なりの考え方を生かしながら解決できる課題でもある。

＜図11＞



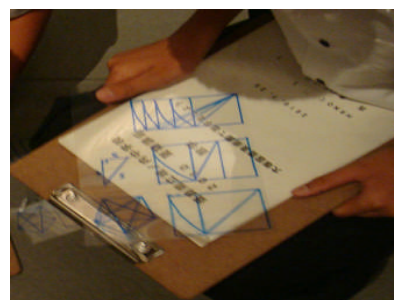
以上のように、問題1から問題4の問題は、作図や作業を通して数学的な考え方や意欲・関心を見ることができる課題である。計算の部分もあるが、三平方の定理や2乗の計算など、複雑でないので取り扱いやすく、復習にもなりうる課題である。

※問題4の答えは、黄金比（ア）、白銀比（イ）である。

（7） クリアシートに作図を写し、「数学メガネ」を作成！

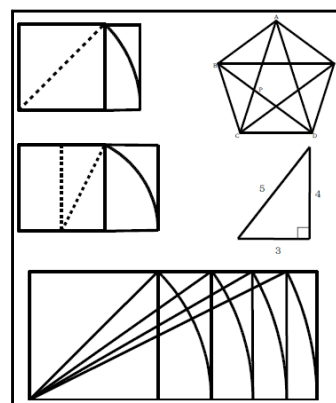
問題1から問題4までに学習した「白銀比」「黄金比」「星形五角形」などをワークシートに作図し、＜図12＞を完成させる。そして、＜図12＞をOHPのクリアシートに写し、「数学メガネ」を作成する。この「数学メガネ」を通して、美術館の絵画を見ることで、図形の直線と絵画の部分での重なりが見えたり、黄金比の形に描かれているものなどを、探すことができる。

例えば、先にも述べたように、「レオナルド・ダ・ヴィンチ」の「最後の晩餐」の絵画の前に行き、中央に描かれているキリストのこめかみにある一点透視画法の消失点の問題2の長方形の点Bを重ねて見てみると、天井に描かれた線、側面にあるタペストリー（壁掛け）の線などと一致することがわかる。それは偶然なのかどうかは、レオナルド本人に聞いてみないとわからないのだが、生徒たちはその臨場感に驚き、絵画を芸術的視点からでなく、数学的な視点から見ることを発見する。そのことにより、物事を多面的に考えてみようという柔軟な発想力が生徒に表れてきた。



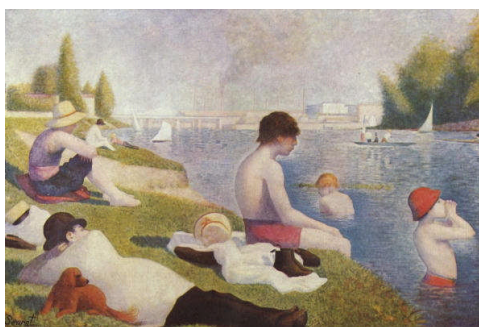
＜数学メガネ作成の様子＞

＜図12＞



（8） 「黄金比」「白銀比」等の数学的な視点が見られる絵画

「黄金比」で書かれている絵画をいくつか紹介する。ジョルジュ・スーラ（1859年～1891年）の絵画の中には「黄金比」の長方形を利用して描かれている部分が多く、「アニエールの水浴」「グランド・ジャット島の日曜日の午後」に使われている。またスーラが描いた他の絵画には、楕円などの図形をイメージしている絵画もある。



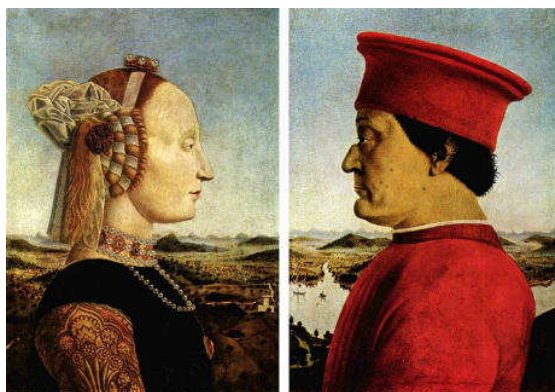
「アニエールの水浴」



「グランド・ジャット島の日曜日の午後」

「黄金比」に関しては、その他にも数え切れないほどの絵画や芸術の世界、また、建築の中に存在するものがあるので、生徒にいろいろと探させる関心を高めることができる。

それでは、「白銀比」に関するものを紹介する。その1つがピエロ・デッラ・フランチェスカ (1415/20年頃～1492年) の描いた「ウルビーノ公夫妻の肖像」である。左右ともに白銀比の「数学メガネ」に重なることができる。ピエロ・デッラ・フランチェスカは、晩年『算術論』『遠近法論』『五正多面体論』を書き、素晴らしい数学者として活躍したことで有名である。そこでもう一度この絵画をよく見てみる。左側の妻のバッティスタ・スフォルツァの肖像は、円をイメージして、夫のウルビーノ公は、四角形をイメージして描かれていると言われている。当時ウルビーノ公は、多くの芸術家たちの資金提供を行う資産家であり、妻のスフォルツァ家も同様であり、レオナルドとも縁が深い。



「ウルビーノ公夫妻の肖像」

他にも、絵画に「数学メガネ」を重ねてみるとまだまだ多くの絵画の中に「白銀比」が潜んでいることであろう。

2つの比以外にも、数学と関連する絵画として、「魔方陣」が描かれていることで有名なアルブレヒト・デューラー (1471年～1528年) の「メランコリア」の銅版画がある。デューラーも数学者であり、また、レオナルドとも関係がある。

このように、当時のイタリア・ルネサンス時代は、画家であり、数学者であった多くの有名な人物が同じ地域で暮らしていたということや、画家同士の人間関係なども調べていくと興味深いことがわかる。絵画に様々な時代背景が描かれていることなど、歴史にふれることもできる。現在、中学校での社会科の学習では、世界史をあまり扱わず、ルネサンス時代のことを詳しく学習することもない。しかし、このように絵画から数学科や社会科や音楽科の学習など、他の教科へにも広がっていくことができる楽しさを是非、生徒たちにも味わって欲しいものである。



「メランコリア」

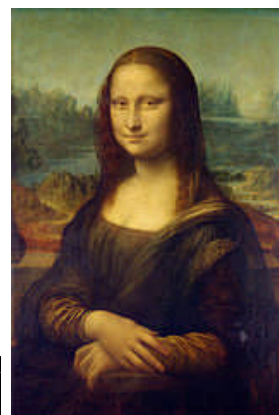
(9) モナ・リザに隠された数学

最後の教材として、レオナルドの代表作である「モナ・リザ」を数学的な視点から見てみる。レオナルドは「自分の芸術を真に理解できるのは数学者だけである」と言い残している。レオナルドの素描（デッサン）を見てみると、人の顔や馬の足など、ものすごく細かく計測し、素描にかき込んでいる。男性を描いた右下の作品には、顔の寸法をかき込んでいる。また、レオナルドは、下記の内容を残している。

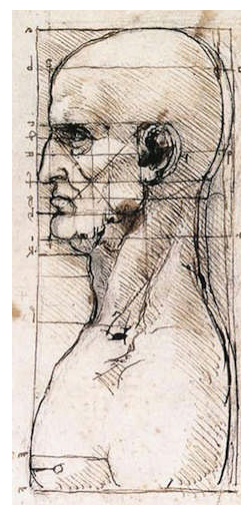
- ①口と鼻の下側までの距離は、顔全体の(7分の1)である。
- ②口からあごの下までの距離は顔全体の(4分の1)であり、口の幅と近似する。
- ③あごの下から鼻の下までの距離は、顔全体の(3分の1)であり、鼻の長さと同額の上下幅に近似する。
- ④鼻の中央からあごの下までの距離は、顔全体の(半分)である。
- ⑤鼻全体、つまり鼻先から眉までを(4等分)すると、このうちの1つが小鼻の上側から鼻先までの距離になる。
- ⑥そして、上側の(4分の1)は目頭から眉の始まる点までの距離に一致する。中間の2つの部分は目頭から目尻までの距離に等しい。

このようにレオナルドは、①から⑥のような間隔で人物の顔を描けば、理想とする絵が描けると考えていたのではないだろうか。そう考えるとレオナルドの描いている人物画はどことなく似ているように感じられる。例えば、今回の「モナ・リザ」と「男性の素描」を下の<図13>のように、3つの絵画の顔を同じよう大きさに合わせてみると、目、鼻、口などほぼ同じ位置にあることが分かる。意図的に描いたのか、または偶然なのかはわからないが、レオナルドの描いた他の絵画にも①から⑥までの間隔で新しい「数学メガネ」を作成して、照らし合わせてみるとおもしろいかも知れない。また、絵画を実測してその比を求めてみるということも考えられる。何を基準の「1」

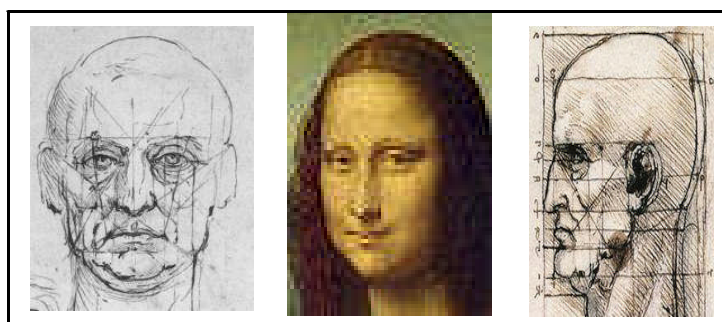
として考えればよいか、また、「比の値はいくつか」等、比が苦手である生徒が多い中、形となって表されている絵画と照らし合わせることができれば、興味・関心も湧いてくると思われる。



「モナ・リザ」



「男性の素描」



Ⅲ 授業の実践

今まで、Ⅱ(1)～(9)までの内容を絵画の教材化として、考えてきた。そして、この教材を使い、実際に平成23年8月11日に行った、大塚国際美術館での数学の授業を紹介する。対象生徒は、

夏期講座として希望を取り，抽選で選ばれた生徒で，1年生14名，2年生2名，3年生8名の計24名である。指導者は学芸員1名と私と同行している教員，そして保護者も8名が参加した。

美術館の授業では，まずはじめに，それぞれの絵画の前で学芸員の方から，絵画の美術的な価値と作者についての概要を説明をしてもらう。その後，私から数学的な技法や考え方，そして，数学の問題を生徒たちに出題していくという流れで行った。学芸員の方の説明は，資料等に基づき正確な情報を提供していただけるが，私からの説明の内容の中には，いろいろな書物を読んで得た知識もあれば，「そうかもしれない」「そう考えると面白いなあ」といったものもあり，予想として説明している部分があることをまず生徒に伝えておいた。予想と本当は違うかも知れない，でも，数学を1つの道具として絵画を見ることの楽しさを生徒とも共に体感し，共にルネサンス時代の絵画の謎解きをしていくんだと説明する。では，実際の指導の展開をこれから示していく。

学 習 内 容	指導上の留意点及び解説例
1 場所「システーナ・ホール」 (1) 「システーナ礼拝堂・天井画」・「最後の審判」と作者のミケランジェロの説明を学芸員から聞きワークシートにまとめる。 (2) 予言者ヨナの話の聞き，絵に隠された秘密や絵の背景に関することを知る。 2 場所「アテネの学堂」 (1) 「アテネの学堂」と作者のラファエッロについての説明を学芸員から聞き，ワークシートにまとめる。 (2) 絵に描かれている「ピタゴラス」「ユークリッド」の説明を教師から聞き，絵の中の黒板のP 8 <図5>の略図をワークシートに描く。 (3) ピタゴラスの黒板にある「三角数」についての説明を聞き，次の問題を解く。また，「四角数」についても説明を聞く。 (4) ワークシートの「三角数の問題」「四角数の問題」を解く。	○3 という数字がキリスト教では，重要な意味を持つということを学芸員の方から話をしてもらう。 ○予言者ヨナの説明を手元のスケッチブックで説明する。 ※黒板の代わりにスケッチブックに問題を記入したり，説明を記入したりするものを用意した。 ○他の一般の来館者に迷惑にならないように，来館者に対して趣旨を説明する。(学芸員の方や同行している教員) ○「ピタゴラス」「ユークリッド」が活躍していた時代とルネサンス時代が混乱しないように時代背景を説明する。 ＜「アテネの学堂」の前での様子＞ ○ワークシートの()には，数や文字をスケッチブックの()に教師が記入していき，同じペースで生徒全員が問題を解いていくよう，ワークシートを作成する。

問1 $1 + 2 + \dots + (10)$ を求めなさい。

問2 $1 + 2 + \dots + (100)$ を求めなさい。

問3 $1 + 2 + \dots + (200)$ を求めなさい。

問4 $1 + 2 + \dots + (n)$ を求めなさい。

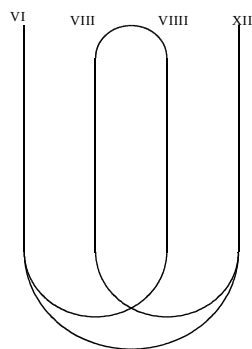
問5 $2 + 4 + \dots + (200)$ を求めなさい。

問6 $2 + 4 + \dots + (2n)$ を求めなさい。

問7 $1 + 3 + \dots + (199)$ を求めなさい。

問8 $1 + 3 + \dots + (2n-1)$ を求めなさい。

(5) ピタゴラスが描いているもう1つの図, 「ピタゴラス音階」について知る。



(6) OHPシートを使って, 絵画の中にある数学的な技法を見つけるための「数学メガネ」をつくる。

○問1は, すぐ答えられる生徒もあり, その理由を説明させながら, 他の生徒の反応を確認し, 必要なフォローをしていく。問1の求め方から問4までの説明を理解させる。

2 (1) を参照

○問5も問4の考え方を利用する生徒がほとんどであったが, 問5は問4の2倍, 問6も同様に, $2 \times \{1 + 2 + \dots + (n)\}$ と考えれば, $2 \times \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$

として求められることを紹介する。

○問7についても問4と同様に, 順番を変えて, たすことで求めることができるが, 今までに求めてきた式を利用しても求められることを助言する。「問7の解答」+「問5の解答」=「問3の解答」に気付かせて, 計算できることを紹介する。

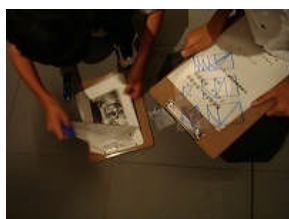
○問8は, 右の図のように, 基石を並べたとき, 正方形になることから「四角数」という数の考え方であることを知らせる。また, 答えが n^2 となることから, 「平方数」とも言うことを知らせる。

○この図がピタゴラス音階を意味していることに気付かせる。 2 (2) を参照



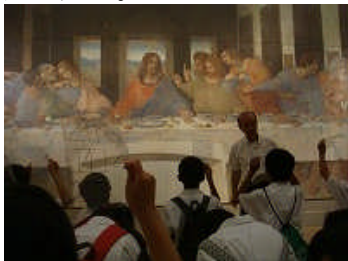
<同行している教員に実際にギターを弾いてもらいながらピタゴラス音階の説明>

○白銀比や黄金比は, 用紙の大きさや絵の中に使われていることもあることを説明し, 作図の方法を伝える。ワークシートにかいた作図を OHP



3 場所「受胎告知」「最後の晚餐」

レオナルドの「受胎告知」「最後の晚餐」の絵画の前に行き、学芸員の方から絵画に関する説明を聞いた後、「数学メガネ」で絵画を見る。



4 場所「モナ・リザ」

「モナ・リザ」についての説明を学芸員から聞き、「数学メガネ」をかざし、絵の中にある黄金比等を見つける。

5 場所「アニエールの水浴」

ジョルジュ・スーラ「アニエールの水浴」「グランド・ジャット島の日曜日の午後」についての説明を学芸員から聞き、「数学メガネ」をかざし、絵の中にある黄金比等を見つける。

6 ミーティングルームに集まり、今日のまとめ、感想を書く。

シートにマジックで写す。OHP シートにかくことで、絵画に重ねて見ることができる。

2 (7) 参照

【準備物 OHP シート・コンパス・定規
油性マジック】

○透視図法を利用している「受胎告知」の見方は、斜め下から絵画を見る視点があることを学芸員の方から伝えてもらい、この絵がどのような場所に飾られていたかを想像させる。

○「最後の晚餐」では、1点透視図法を使って絵を描いていたことを、「数学メガネ」をかざすことにより、その直線の引き方を想像させる。

○レオナルドは、体の部分を数多く測定し、比の形で表していることを知らせる。また、顔の描くときにも「口と鼻の下側までの距離は、顔全体の7分の1である。」などのように描かれていることを説明する。そのために、レオナルドの描く顔はよく似ているのかも知れないと説明する。

○移動しながらの説明が多かったために、ミーティングルームでプレゼンをして、今日学習した内容を振り返りながらまとめさせていく。

IV 生徒の感想

美術館での授業の後、ミーティングルームでのまとめの時間を使い、授業を受けた感想を書いてもらった。過去の分もあわせて、3年間の生徒の感想を紹介する。

平成21年度感想

- いつもとは違う視点で絵を見て、すごく新鮮な気分が味わえました。数学と芸術のつながりをいろいろなところで見つけられて面白かった。数学や芸術について今まで以上に興味がもてました。
- いつもは絵を見るときに数学とのつながりなど意識しないけど、いろいろなところに注目するとたくさんの数学とのつながりがあるすごいと思いました。特にレオナルドの絵には、たくさんの数学的なことが組み込まれていて自分でも探して数学とのつながりを見つけてみたいと思います。また、当時の文化や風習も絵から知ることができて、すごく興味深かったです。これから絵画を見るときは、ただ、見るだけじゃなく数学とのつながりや時代背景のことなどを考えて見ていきたいと思いました。
- 絵の知識も広がったし、なにより数学のおもしろさや新たな発見などたくさんのことについて知ることができた。これからも、数学のおもしろさを見つけだしていきたい。そして、得意科目にしたいと思う。
- 世界の有名な画家たちは、とても考えて絵を描いていることが分かった。数学と美術と歴史がいっぺんにできたので良かった。
- レオナルド・ダ・ヴィンチとか、絵の天才と呼ばれる人はきっと感覚で絵を描いているんだなと思っていたが、名画には、美しい数学的根拠が隠れていることに気づくことができた。ダ・ヴィンチは、建物の設計をしていたので建物にもいろいろな数学的根拠があると思うので、また、絵画以外のものについても考えてみたいと思った。

平成22年度感想

- 大塚国際美術館で数学を学習するということは、もう二度とできないと思うので、いい経験ができたと思いました。有名な画家の絵の中に難しい数学が隠されていて、それを理解することができた時は、とても楽しくなって「もっと知りたい！」という意欲もでてきました。黄金比や白銀比という言葉は、知っていても、詳しい内容を知らなかったり、三角数という言葉、四角数という言葉やその秘密を知ることができ、新しい発見ができた！という意味では、とても良かったです。友人や家族とまた大塚国際美術館を訪れることがあれば、今日習ったことをうまく説明することができればなあ…と思っています。
- ここに來たのは2度目ですけど、前に來て見つけられなかった新たな発見があり、とても良かったです。数学はそんなに好きではないですけど、絵を数学的に見てみるのはおもしろいと思いました。身の回りの物にも様々な図形が含まれていて、何か意味を持っているというように考えると見つけたくなってきます。これからはいろいろな物にいろいろな方向から見て考えていきたいと思いました。
- 今回の夏期講座で一番うれしかったことはいろんな学年の生徒と、数学、美術、絵に描かれている有名な人の話を聞いたり、数学でわからない問題の教え合いをしたりして、仲良くできたことです。私は帰宅部で、後輩や先輩との交流が少ないからとても嬉しかったです。中学校に入ってから、数学の苦手意識ができてしまっていたけど、これからはたぶん楽しみながら問題が解けるようになると思います。大塚国際美術館には、小学生の時の遠足で、一度だけ來たことがあります。第一印象は「とにかくきれいで広いなあ」でした。今の印象もそうですが、前に來たときの美術品に対する近寄りがたいイメージが、今回は変わったと思います。

○いつもは絵を見るときに数学とのつながりなど意識しないけど、いろいろなところに注目するとたくさんの数学とのつながりがあったすごいと思いました。特にレオナルドの絵には、たくさんの数学的なことが組み込まれていて自分でも探して数学とのつながりを見つけてみたいと思いました。また、当時の文化や風習も絵から知ることができて、すごく興味深かったです。これから絵画を見るときは、ただ、見るだけじゃなく数学とのつながりや時代背景のことなどを考えて見ていきたいと思いました。

平成23年度感想

○この「大塚国際美術館で数学をしよう！」で思ったのは、数学はとても楽しいということです。今までにも、何回か大塚国際美術館に来たことがありましたが、数学的な視点から絵を見たことは1回もありませんでした。絵と数学は関係がないと思っていました。しかし、今回の「大塚国際美術館で数学をしよう！」で、白銀比、黄金比、ルート図形などが使われている絵がたくさんあるということを知りました。

○初めて、大塚国際美術館の数学の授業を受けてとても楽しかったです。美術館に飾られている絵は、見て楽しむだけのものだと思っていたけど、中に数学が隠れていると知って、驚きました。黄金比や白銀比、ルート図形など初めて聞く言葉ばかりで、とても難しかったです。数学メガネで見たときは、感動しました。見方を変えるだけで、すごく印象が変わるんだと思いました。次回は、友達を誘って大塚国際美術館に行ってもっと数学的に見てみたいです。とても良い経験になりました。

○大塚国際美術館で数学の学習をして、私はとても楽しかったです。この講座を申し込んだ理由は「絵が見たかったから」というのが一番大きかったです。でも、実際に美術館に行くと絵のすばらしさ以上に、絵と数学の意外な関係が分かり、たくさんの発見をしました。ただ単に美術館で絵を鑑賞するというのも良いですが、このようなおもしろい発見が見つかるのなら、この講座を申し込んで正解だったなと実感しました。私は数学が苦手ですが、今回の講座を通して、数学のおもしろさを実感でき、少し好きになれたような気がします。この経験を大切にしていって、これからはもっと数学の勉強をがんばりたいなと思います。

V 成果と課題

夏期講座は毎年希望者が多く、抽選をして受講者を選ぶ教科の1つであり、生徒たちの関心が高いと思われた。生徒の感想にも「身の周りの物にも様々な図形が含まれていて、何か意味を持っているというように考えると見つけたくなってきました。」「今回の夏期講座で一番うれしかったことは、いろんな学年の子と、数学、美術、絵に描かれている有名な人の話を聞いたり、数学でわからない問題の教え合いをしたりして、仲良くできたことです。」とある。このように、各問題にも興味や関心を持ち、生活の中から数学を見つけ出していこうとする態度が芽生えたり、自分で解いていこうとする自力解決の力が付いたりした。また、他の受講生と一緒に相談や説明をお互いにするなどのコミュニケーションの育成にも成果があったなど、予想以上の成果があったと思う。また、受講生の中には、数学が苦手である生徒もいたが、「数学のおもしろさや新たな発見などたくさんのことについて知ることができた。」など、数学の楽しさ、おもしろさを知ってもらったきっかけとなり、それからの授業での様子も意欲的に取組、質問をすることが多くなっていた。

課題としては、少人数での授業であったために、通常のクラスでの実施ということは、難しいと

いうことである。遠足を利用して授業をするということも、学校からの移動時間、活動できる時間、生徒の数の問題など、実施するうえで困難な部分が多くあると思われる。しかし、そこで必要なのが教材研究ではないだろうか。例えば、いろいろな研究会で素晴らしい授業をされていた教材を、そのまま自校の授業で使おうとしても、生徒が違うため必ずしも素晴らしい授業ができるとは限らない。各校の生徒の実態を十分に教師が把握し、生徒にあった教材へと改良をしなければ、逆効果になってしまうこともある。今回の教材も、当初3年生だけであった問題を全学年の対象にすることで、教材をつくり直したもの、取りやめにしたもの、いろいろと工夫をしてみた。よって、今まで紹介してきた教材も、生徒の実態にあうように教材研究、開発をしてきたからこそ、意味があるものになったと考えている。

VI おわりに

よく「理数離れが問題になっている」と言われているが、平成25年度の全国学力調査の生徒質問紙では「数学は大切だと思いますか」の質問があり、全国平均で80.6%の中学生が「当てはまる・どちらかといえば当てはまる」と回答している。また、「数学ができるようになりたいと思いますか」の質問にも、全国平均で90.9%の中学生が「当てはまる・どちらかといえば当てはまる」と回答している。このように、生徒たちは、学びたい、知りたいと思う意欲を高く持っている。この意欲をより高め、そして、確実に学力を付けるためにも、教材研究は重要な役割を持っている。研修等で教員からは「教材研究をする時間がない」ということを耳にし、非常に残念に思ったことがある。教師である以上私たちは、教科指導をおろそかにしてはいけない。教材の内容だけでなく、板書の仕方、ノート指導、発問の内容、評価方法、ICTの活動、言語活動の充実などとあわせて教材研究をしないといけない。忙しくて教材研究が十分できず、一番辛い思いをするのは、生徒であるということを理解する必要がある。そのためにも、各学校において、教材研究ができる時間を少しでも確保することができるような、行事計画や校内研修の機会を計画的に検討することが必要だと考える。

最後に、大塚国際美術館の学芸員の方々にもいろいろと協力していただいたおかげで今回の授業ができた。学校の教室では味わうことができない体験学習を、今後数学という教科で、何ができるかを検討していき、数学的活動を楽しめるようにするとともに、数学を学習することの意義や数学の必要性などが実感できる教材開発をしていきたい。

*1 文部科学省 『中学校学習指導要領解説 数学編』教育出版株式会社、2011年 54頁

参考文献

- ・中見利男著 『ダ・ヴィンチの暗号を解読する』日本文芸社、2005年4月30日
- ・岡田温司・池上英洋著 『レオナルド・ダ・ヴィンチと受胎告知』平凡社、2007年4月9日
- ・ビューレント・アータレイ著 高木隆司・佐柳信男訳『モナリザと数学』化学同人、2006年5月1日
- ・田辺清監修 図解 ダ・ヴィンチの謎 宝島社、2004年9月16日
- ・長尾重武著 『建築家レオナルド・ダ・ヴィンチ ルネッサンス期の理想都市像』中公新書、1994年8月25日
- ・池上英洋(編集)・松浦弘明・宮下規久朗・宮下規久朗・松原知生・金山弘昌・田中久美子・向川惣一・金原由紀子・藤田英親・小野寺玲子・石原綱成・小倉康之・小谷太郎・森田学・伊藤淳・

- 大竹秀美・田畑伸悟・谷口英理著『レオナルド・ダ・ヴィンチの世界』東京堂出版，2007年4月25日
- ・首藤尚丈『モナリザを解くーモナリザの黄金のダイヤモンド』三五観，2004年12月
 - ・ベンジャミン・ブラック，ロイ・ドリナー 著 飯泉 恵美子 訳
『ミケランジェロの暗号ーシスティーナ礼拝堂に隠された禁断のメッセージ』早川書房